Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS NDRC, veuillez visiter :
coursbtsndrc.fr/annales-sujets-et-corriges

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce de gare (13 questions) **Page 3**

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse (13 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 12**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsndrc.fr/assets/annales/bts-ndrc/E2 - Mathématiques/2018/BTS NDRC - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d'un train à très haute vitesse et calcul de l'aire d'une pièce de gare

L'exercice étudie la distance et la vitesse d'un wagon propulsé dans un tube à basse pression, afin de vérifier l'objectif d'atteindre 400 km/h en moins de deux minutes. Il se termine par le calcul de l'aire d'une pièce de gare, définie par un bord supérieur horizontal, une courbe et une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.

A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l'équation différentielle homogène y' - 0,2y = 0, en utilisant la formule fournie.

La formule fournie donne les solutions de $y' + ay = 0$ sous la forme $y(t) = ke^{-at}$. Ici, $a = -0,2$, donc $y(t) = ke^{0,2t}$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que g(t) = -15t - 75 est une solution de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

On a $g'(t) = -15$. En substituant dans le membre de gauche : $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$. Cette égalité vérifie l'équation différentielle.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> g est une solution de (E).

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle y' - 0,2y = 3t.

Les solutions de (E) sont la somme d'une solution particulière, $g(t) = -15t - 75$, et des solutions de l'équation homogène trouvées à la question 1.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f solution de l'équation différentielle qui vérifie la condition initiale f(0) = 0, sachant qu'à t = 0 le wagon est au point de départ.

Dans la solution générale, la condition $f(0) = 0$ impose $k - 75 = 0$, donc $k = 75$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application, question 1

Question a). À partir des expressions de f et de f' données par le logiciel de calcul formel, résoudre sur [0, 3] l'inéquation f'(t) ≥ 0.

Le logiciel donne $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. L'exponentielle étant croissante, $f'(t) \geq 0$ équivaut à $t \geq 0$.

Valeur de t	$t = 0$	$0 < t \leq 3$
Signe de $f'(t)$	0	+

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ sur $[0, 3]$, avec égalité seulement pour $t = 0$.

Question b). Déduire de l'étude du signe de f' les variations de la fonction f sur [0, 3].

1. Comme $f'(t) \geq 0$ sur $[0, 3]$, la fonction f est croissante sur cet intervalle. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

f croît de 0 à $75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$ sur $[0, 3]$.

B. Étude de fonction et application

Question 2°. Déterminer la distance parcourue par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième de kilomètre.

Après une minute, la distance parcourue est $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,605$ km. L'arrondi au dixième donne la réponse.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1,6$ km.

B. Étude de fonction et application, question 3

Question a). La vitesse instantanée du wagon en kilomètres par minute est donnée par f'(t). En déduire sa vitesse à t = 2 minutes et arrondir au dixième.

La vitesse est $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$, en kilomètres par minute.

À $t = 2$, $f'(2) = 15(e^{0,4} - 1) \approx 7,377$ km/min.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $7,4$ km/min.

Question b). Indiquer si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse.

Le seuil de 400 km/h correspond à $400/60$ km/min. On résout $15(e^{0,2t} - 1) = 400/60$, d'où $t = 5\ln(13/9) \approx 1,839$ minute.

- Ce temps est inférieur à deux minutes : l'objectif est atteint.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Oui, le seuil est atteint après environ $1,839$ minute.

B. Étude de fonction et application

Question 4°. Choisir, parmi les trois propositions, l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2. Recopier la réponse exacte sans justification.

La formule de la tangente donne $y = f'(2)(t - 2) + f(2)$. Après simplification, on obtient la troisième proposition.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75$.

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir parmi les trois propositions l'aire A1 du rectangle OPQR, en unités d'aire. Une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée.

Le rectangle OPQR a une largeur de 3 et une hauteur de $2,25$. Son aire vaut $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire. Il faut donc choisir la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_1 = 6,75$ unités d'aire.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la partie du plan limitée par la courbe de g(x) = 27x/(2x² + 18), l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

Comme g est positive sur $[0,3]$, l'aire demandée est $\int_0^3 g(x)\,dx$. À l'aide de la primitive fournie :

1. $A_2 = \dfrac{27}{4}[\ln(x^2+9)]_0^3 = \dfrac{27}{4}\ln(18/9) = \dfrac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679.$

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A_2 = \dfrac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ unités d'aire.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unités d'aire, et arrondir au millième.

Par symétrie, l'aire hachurée est deux fois l'aire du rectangle sur $[0,3]$, diminuée de deux fois l'aire sous la courbe : $A = 2(A_1 - A_2) = 2(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2)$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$A \approx 4,143\ \text{m}^2$.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse

L'exercice étudie les obsolescences technique et logicielle observées sur des smartphones, puis modélise le nombre d'appareils non réparables dans un lot prélevé au service après-vente. Il se termine par un test bilatéral portant sur la proportion de personnes qui pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données concernant 200 smartphones, compléter le tableau d'effectifs croisant l'obsolescence technique et l'obsolescence logicielle.

Sur 200 smartphones, 3 % sont touchés par T et 8 % par L. L'intersection représente 12,5 % des 16 smartphones touchés par L, soit 2. Les autres effectifs se calculent par différence.

Smartphones	Touchés par L	Non touchés par L	Total
Touchés par T	2	4	6
Non touchés par T	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau d'effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	**2**	**4**	**6**
non touchés par l'obsolescence technique	**14**	**180**	**194**
Total	**16**	**184**	**200**

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Effectifs : 2, 4, 14 et 180. Totaux : 6, 194, 16 et 184.

Question 2°. Pour T : « le smartphone est touché par l'obsolescence technique » et L : « le smartphone est touché par l'obsolescence logicielle », donner P(T), P(L) et P_L(T), la probabilité de T sachant que L est réalisé.

L'énoncé donne directement les proportions : 3 % des smartphones sont touchés par l'obsolescence technique, 8 % par l'obsolescence logicielle. Parmi les smartphones touchés par L, 12,5 % le sont aussi par T. En probabilités :

$P(T) = 0{,}03$, $P(L) = 0{,}08$ et $P_L(T) = 0{,}125$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$, $P(L) = 0{,}08$, $P_L(T) = 0{,}125$.

A. Probabilités conditionnelles, question 3

Question a). Calculer P(T ∩ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché à la fois par l'obsolescence technique et par l'obsolescence logicielle.

La probabilité d'être touché par les deux types d'obsolescence s'obtient à partir de la probabilité conditionnelle :

$P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cap L) = 0{,}010$, soit 1 %.

Question b). Calculer P(T ∪ L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

Pour calculer la probabilité d'être touché par au moins un type d'obsolescence, on additionne les probabilités de T et L, puis on retranche leur intersection, comptée deux fois :

$P(T \cup L) = 0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T \cup L) = 0{,}100$, soit 10 %.

Question c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité demandée est celle d'être touché par L sachant que l'appareil est déjà touché par T. On divise donc la probabilité de l'intersection par celle de T :

$$P_T(L) = \frac{P(T \cap L)}{P(T)} = \frac{0{,}01}{0{,}03} = \frac{1}{3} \approx 0{,}333.$$

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P_T(L) \approx 0{,}333$, soit 33,3 %.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que X, qui compte les smartphones non réparables parmi 50 appareils prélevés, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Chaque prélèvement peut être assimilé à une épreuve de Bernoulli : l'appareil est non réparable avec la probabilité $0{,}045$. Les 50 tirages avec remise sont indépendants et ont la même probabilité de succès. Le nombre X d'appareils non réparables suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(50\,;\,0{,}045)$.

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous les appareils soient réparables.

Les 50 smartphones sont tous réparables si aucun n'est non réparable, c'est-à-dire si $X = 0$. La probabilité qu'un appareil soit réparable vaut $1 - 0{,}045 = 0{,}955$. Par indépendance des tirages :

$P(X = 0) = 0{,}955^{50} \approx 0{,}100$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 0) \approx 0{,}100$.

B. Loi binomiale, question 3

Question a). Faire tourner l'algorithme à la main, puis compléter le tableau des valeurs de P(X = i) et de S pour i allant de 0 à 3.

On calcule chaque terme avec $P(X = i) = \binom{50}{i}(0{,}045)^i(0{,}955)^{50-i}$, puis on l'ajoute à la valeur précédente de S. Les valeurs du tableau sont arrondies au millième.

i	**0**	**1**	**2**	**3**
$P(X = i)$	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété

ci-dessous.

i	0	1	2	3
$P(X = i)$	0,1	0,236	0,272	0,205
S	0,1	0,336	0,608	0,813

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = i)$: 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter le résultat.

L'algorithme additionne les probabilités de $X = 0$, $X = 1$, $X = 2$ et $X = 3$. Ainsi, $S = P(X \leq 3)$. Cette somme représente la probabilité qu'un lot contienne au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$S \approx 0{,}813$, soit environ 81,3 %.

B. Loi binomiale

Question 4°. Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte d'un lot de 50 smartphones.

Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance vaut $E(X) = np$. Ici, $E(X) = 50 \times 0{,}045 = 2{,}25$. En moyenne, un lot de 50 appareils contient donc 2,25 smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(X) = 2{,}25$ smartphones non réparables par lot en moyenne.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous H0, F suit une loi normale de moyenne 0,55 et d'écart type 0,037. Choisir parmi les trois propositions la valeur de h telle que P(0,55 - h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95, arrondie au centième.

Pour une loi normale, l'intervalle central de 95 % s'étend approximativement à $1{,}96$ écarts types de la moyenne. Ainsi, $h \approx 1{,}96 \times 0{,}037 = 0{,}07252$, soit $0{,}07$ au centième. Parmi les trois choix, c'est la valeur exacte à retenir.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$h = 0{,}07$.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 %.

Avec $h \approx 0{,}07$, la zone de conservation de H_0 est centrée sur $0{,}55$, entre $0{,}55 - 0{,}07 = 0{,}48$ et $0{,}55 + 0{,}07 = 0{,}62$.

- Si la fréquence observée appartient à $[0{,}48\,;\,0{,}62]$, on ne rejette pas H_0.
- Sinon, on rejette H_0.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Ne pas rejeter H_0 si $0{,}48 \leq f \leq 0{,}62$; la rejeter sinon.

Question 3°. Sur les 180 personnes interrogées, 76 pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Donner la conclusion du test.

La fréquence observée est $f = \dfrac{76}{180} \approx 0{,}422$. Elle est inférieure à la borne basse $0{,}48$ de la zone de conservation. Elle appartient donc à la région de rejet du test au seuil de 5 %.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

On rejette H_0 : la fréquence observée est significativement inférieure à 55 %.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Cette épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, porte le code MATGRB1 et dure 2 heures ; le coefficient dépend de la spécialité. L'exercice 1 étudie le départ d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 mobilise probabilités conditionnelles, loi binomiale et test d'hypothèse autour de l'obsolescence des smartphones.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour y' - 0,2y = 3t, la solution générale est la somme d'une solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène associée.
- La dérivée f'(t) représente la vitesse instantanée lorsque f(t) mesure une distance en fonction du temps.
- Pour X suivant une loi binomiale B(n,p), P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^(n-k) et E(X) = np.
- Un test bilatéral rejette H0 si la fréquence observée est hors de l'intervalle d'acceptation défini au seuil choisi.

Points de vigilance & attentes du jury

- Convertir les kilomètres par minute en kilomètres par heure avant de comparer la vitesse à l'objectif de 400 km/h.
- Pour l'aire, lire le graphique, utiliser la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées et vérifier les bornes d'intégration.
- Dans le tableau d'effectifs, contrôler les totaux des lignes, des colonnes et l'effectif global de 200 smartphones.
- Pour le test bilatéral, comparer la fréquence observée aux bornes de l'intervalle d'acceptation, sans confondre fréquence et effectif.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment comparer la vitesse calculée à l'objectif formulé en km/h ?

La dérivée donne ici une vitesse en kilomètres par minute. Multipliez-la par 60 pour obtenir des kilomètres par heure. La croissance de f permet ensuite de relier la vitesse calculée à t = 2 minutes à l'objectif d'atteindre 400 km/h avant cette échéance.

Q : Comment calculer l'aire à partir de la primitive fournie ?

Calculez la différence entre les valeurs de la primitive en 3 et en 0 pour obtenir l'aire sous la courbe sur [0, 3]. Combinez ce résultat avec l'aire du rectangle et la symétrie du dessin pour déterminer l'aire hachurée.

Q : Que faut-il savoir sur le barème et l'organisation de l'épreuve ?

L'épreuve dure 2 heures et comporte deux exercices de 10 points chacun. Les questions à choix multiples exactes rapportent un point, tandis qu'une réponse fausse ou absente ne rapporte ni n'enlève de point. La calculatrice est autorisée.

Q : Quels critères de notation faut-il respecter pour le test d'hypothèse ?

Le sujet ne fournit pas de grille détaillée pour cette question. Il demande d'énoncer la règle de décision au seuil de 5 %, de comparer la fréquence observée aux bornes correspondantes, puis de formuler clairement la conclusion du test.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsndrc.fr/assets/annales/bts-ndrc/E2 - Mathématiques/2018/BTS NDRC - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Négociation et Digitalisation de la Relation Client : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.