Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS NDRC, veuillez visiter :
coursbtsndrc.fr/annales-sujets-et-corriges

BTS NDRC

Mathématiques - Groupement B

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour les spécialités indiquées, sauf Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage d'un chariot de fête foraine (12 questions) **Page 3**

2. Contrôle de tubes fluorescents et conformité de rivets (9 questions) **Page 7**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 13**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsndrc.fr/assets/annales/bts-ndrc/E2 - Mathématiques/2022/BTS NDRC - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d'un chariot de fête foraine

Un chariot, lancé à 20 m·s⁻¹, est ralenti par un système de freinage et sa vitesse f(t) est étudiée en fonction du temps. Les trois parties mobilisent la résolution d'une équation différentielle, l'étude de fonction et une étude locale par développement limité.

Partie A - Résolution d'une équation différentielle

Question 1. a. Résoudre l'équation différentielle (E_0) : y' + 0,8y = 0, en utilisant la formule fournie.

En appliquant la formule fournie à $y' + ay = 0$, avec $a = 0{,}8$, on obtient toutes les solutions sur l'intervalle considéré.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{-0{,}8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 1. b. La fonction g est définie sur [0 ; +∞[par g(t) = 5. Vérifier que g est solution de (E) : y' + 0,8y = 4.

La fonction $g(t) = 5$ est constante, donc $g'(t) = 0$. Ainsi, $g'(t) + 0{,}8g(t) = 0 + 0{,}8 \times 5 = 4$, ce qui vérifie bien l'équation (E).

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> g est solution de (E).

Question 1. c. Déduire des questions précédentes l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E) : y' + 0,8y = 4.

Les solutions de (E) s'obtiennent en ajoutant à une solution particulière, $g(t) = 5$, les solutions de l'équation homogène associée, trouvées à la question 1.a.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = 5 + ke^{-0{,}8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution f de (E) qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

Dans la famille des solutions, la condition initiale donne $f(0) = 5 + k = 20$. On en déduit $k = 15$, puis on remplace k dans l'expression générale.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. Pour f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5 définie sur [0 ; +∞[, démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ vaut 5.

Lorsque $t \to +\infty$, $e^{-0,8t} \to 0$. Donc $15e^{-0,8t} \to 0$, et la limite de $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$ est 5.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. Déduire de la limite précédente que la courbe C admet une asymptote et en donner une équation.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie et vaut 5. La courbe C admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 5$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. Sachant que f'(t) = −12e$^{-0,8t}$ sur [0 ; +∞[, dresser le tableau de variation de f sur cet intervalle.

Comme $e^{-0,8t} > 0$, la dérivée $f'(t) = -12e^{-0,8t}$ est négative sur $[0; +\infty[$. La fonction décroît de $f(0) = 20$ vers sa limite 5.

t	0	$+\infty$
Signe de $f'(t)$		$-$
Variation de f	20	$\searrow$ 5

✓ RÉPONSE À RETENIR

f est strictement décroissante de 20 vers 5.

Question 3. À partir de l'étude de f, déterminer si le système de freinage permet au chariot de s'arrêter.

La vitesse reste supérieure à sa limite, égale à $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Elle ne tend donc pas vers zéro : selon ce modèle, le système de freinage ne permet pas au chariot de s'arrêter.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Non, la vitesse tend vers $5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, et non vers zéro.

Question 4. a. **La fonction F est définie sur [0 ; +∞[par F(t) = −18,75e^{−0,8t} + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur cet intervalle.**

On dérive F : $F'(t) = (-18{,}75)(-0{,}8)e^{-0{,}8t} + 5 = 15e^{-0{,}8t} + 5$. Comme cette expression est $f(t)$, F est une primitive de f.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$F'(t) = f(t)$, donc F est une primitive de f.

Question 4. b. **La distance d parcourue entre les instants t_0 et t_1 est donnée par l'intégrale de f entre ces instants. Calculer la valeur exacte de la distance parcourue de $t_0 = 0$ à $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

La distance vaut $d = F(1) - F(0)$. Ainsi, $d = (-18{,}75e^{-0{,}8} + 5) - (-18{,}75) = 23{,}75 - 18{,}75e^{-0{,}8}\ \mathrm{m}$, soit environ $15{,}3251\ \mathrm{m}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$d = 23{,}75 - 18{,}75e^{-0{,}8}\ \mathrm{m} \approx 15{,}33\ \mathrm{m}$.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Question à choix multiples : une seule réponse est exacte et aucune justification n'est demandée. Recopier la proposition correspondant au développement limité à l'ordre 2 de f au voisinage de zéro, en s'appuyant sur le résultat du logiciel et les propositions données.**

Le logiciel donne la partie polynomiale $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2$. À l'ordre 2, le reste s'écrit $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$. C'est la troisième proposition.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Troisième proposition : $20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

Question 2. **Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

L'équation de la tangente en $t = 0$ est $y = f(0) + f'(0)t$. Or $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12e^0 = -12$.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

$T : y = 20 - 12t$.

2. Contrôle de tubes fluorescents et conformité de rivets

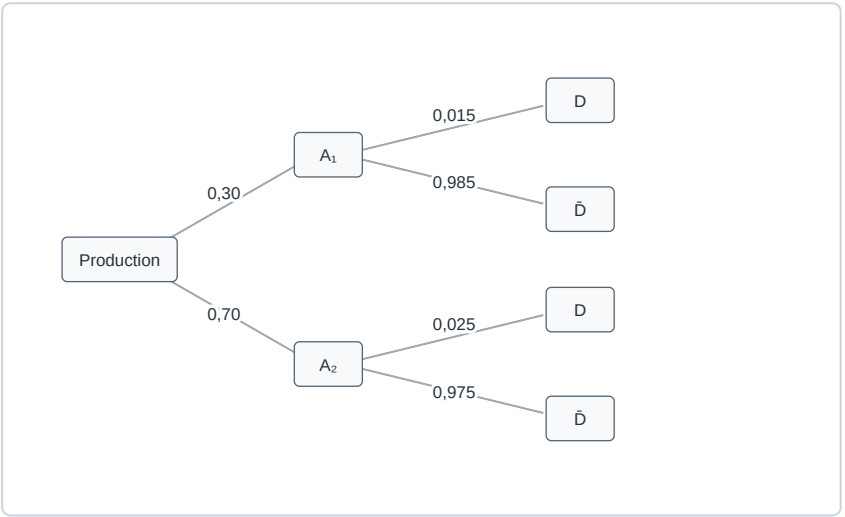
Une usine fabrique des tubes fluorescents dans deux ateliers présentant des taux de défaut différents, et la durée de bon fonctionnement des tubes est modélisée par une loi exponentielle. Le sujet étudie également la proportion de rivets conformes à partir d'un échantillon de 1 000 pièces.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. À partir des proportions de production et des taux de défaut des deux ateliers, réaliser un arbre pondéré décrivant la situation.

On construit l'arbre en deux étapes : d'abord l'atelier, puis la présence ou l'absence d'un défaut. Les probabilités de défaut sont conditionnelles à l'atelier indiqué. Dans chaque paire de branches finales, les probabilités sont complémentaires. La probabilité d'un chemin complet se calcule en multipliant les probabilités de ses branches, par exemple pour le chemin « atelier 1 et défaut » : $0,30 \times 0,015$.

Arbre pondéré des ateliers et des défauts



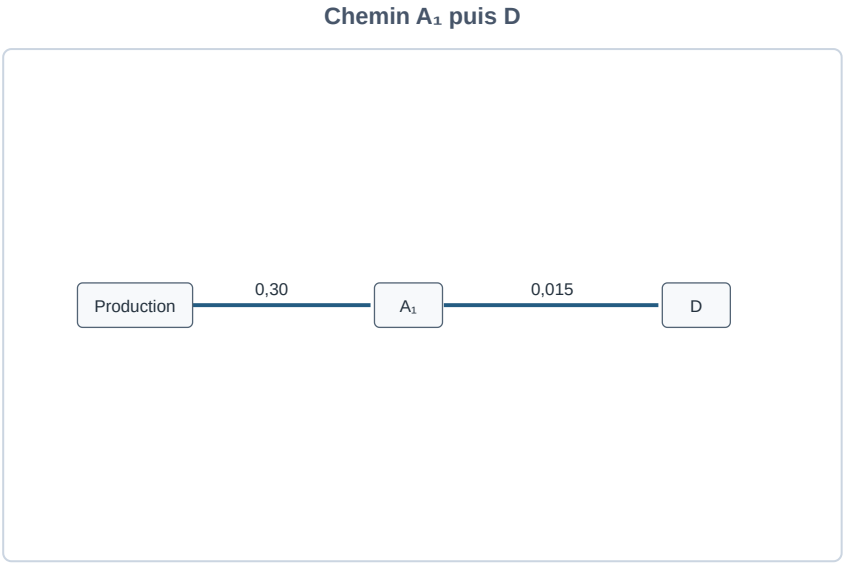
Les probabilités des branches issues de chaque atelier sont conditionnelles.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1) = 0,30$, $P(A_2) = 0,70$; défaut : $0,015$ après A_1 et $0,025$ après A_2.

Question 2. Calculer la probabilité P(A₁ ∩ D), où A₁ désigne l'événement « le tube provient de l'atelier 1 » et D l'événement « le tube présente un défaut ».

Le chemin correspondant à l'événement $A_1 \cap D$ comprend le choix de l'atelier 1, puis la présence d'un défaut dans cet atelier. La probabilité du chemin est le produit de la proportion de production de l'atelier et de son taux de défaut : $P(A_1 \cap D) = P(A_1) \times P_{A_1}(D) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$. Pour l'exprimer en pourcentage, on multiplie par 100.



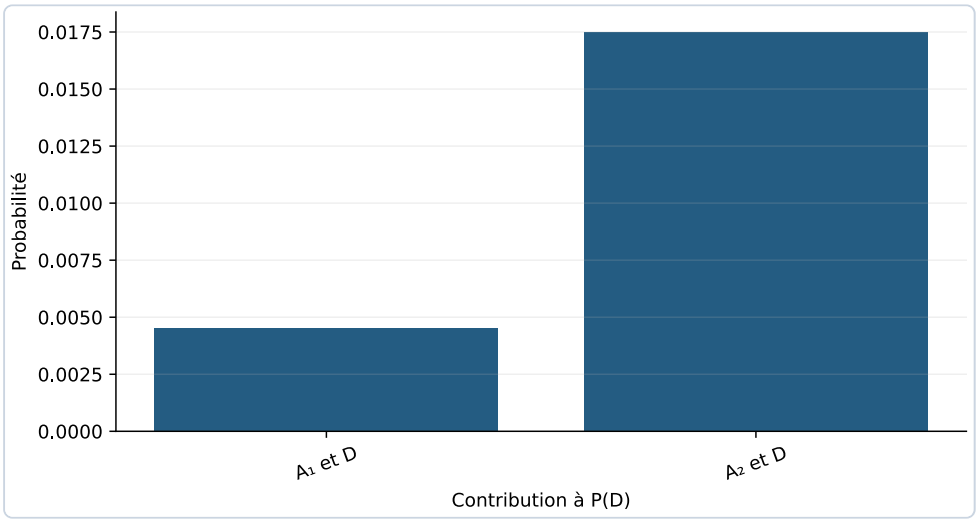
Probabilité du chemin : produit des probabilités des deux branches.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1 \cap D) = 0,0045$, soit $0,45\,\%$.

Question 3. **Montrer que la probabilité qu'un tube choisi au hasard présente un défaut est P(D) = 0,0195.**

Les événements A_1 et A_2 forment une partition de la production. La formule des probabilités totales donne $P(D) = P(A_1)P_{A_1}(D) + P(A_2)P_{A_2}(D)$. Avec les proportions et les taux indiqués : $P(D) = 0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,0045 + 0,0175 = 0,022$. La valeur obtenue à partir des données est donc $0,022$.



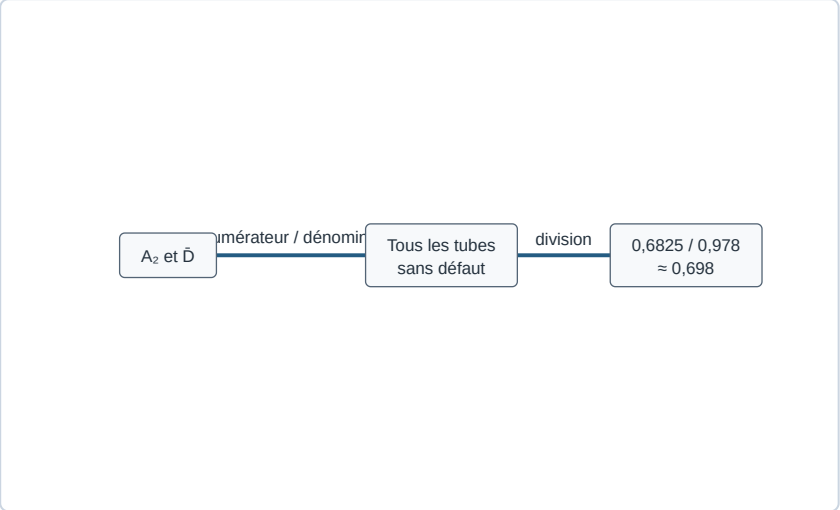
✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(D) = 0,022$, soit $2,2\,\%$.

Question 4. Sachant que le tube choisi ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.

La probabilité cherchée est conditionnelle à l'absence de défaut : $P(A_2 \mid \overline{D}) = \dfrac{P(A_2 \cap \overline{D})}{P(\overline{D})}$. Le numérateur vaut $0,70 \times 0,975 = 0,6825$. D'après les données, $P(D) = 0,022$, donc $P(\overline{D}) = 1 - 0,022 = 0,978$. On obtient $0,6825 / 0,978 \approx 0,69785$, puis on convertit en pourcentage si nécessaire.

Calcul de P(A₂ sachant l'absence de défaut)



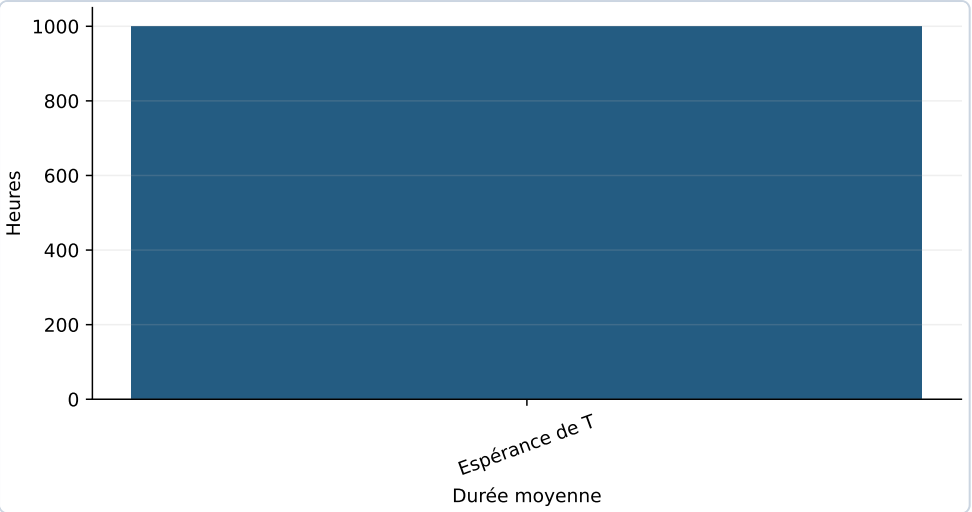
La condition porte sur l'ensemble des tubes sans défaut.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$, soit environ $69,8\,\%$.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. La durée de bon fonctionnement T suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,001. Déterminer son espérance E(T) et interpréter le résultat dans le contexte.

Le sujet donne $\lambda = 0,001$ par heure et rappelle que, pour une loi exponentielle, $E(T) = \dfrac{1}{\lambda}$. Ainsi, $E(T) = \dfrac{1}{0,001} = 1\,000$ heures. Cette espérance représente la durée moyenne de bon fonctionnement d'un tube selon le modèle. Elle ne garantit pas qu'un tube particulier fonctionnera exactement pendant cette durée.

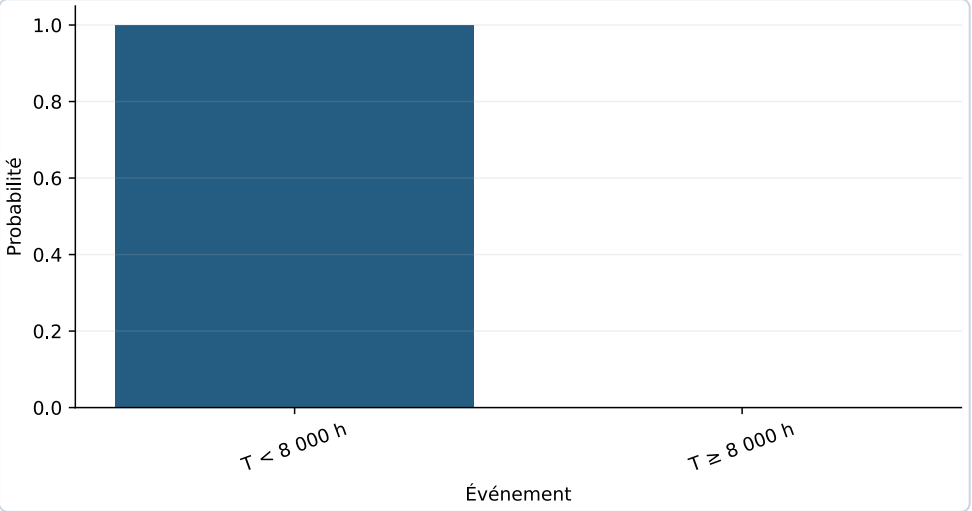


✓ RÉPONSE À RETENIR

$E(T) = 1\,000$ heures : durée moyenne de bon fonctionnement selon le modèle.

Question 2. Calculer, en arrondissant à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube choisi au hasard soit inférieure à 8 000 heures.

Pour une loi exponentielle, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Avec $\lambda = 0,001$ et $t = 8\,000$ heures : $P(T < 8\,000) = 1 - e^{-0,001 \times 8\,000} = 1 - e^{-8} \approx 0,9996645$. La loi étant continue, les probabilités avec $<$ et $\leq$ sont identiques ici. L'arrondi demandé au centième donne $1,00$.

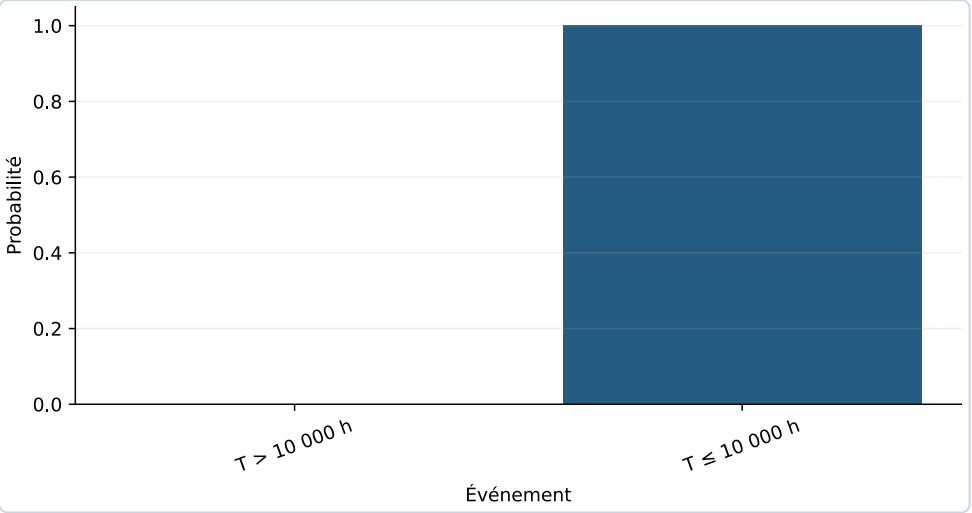


✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T < 8\,000) \approx 1,00$, soit $100\,\%$ au centième près.

Question 3. Calculer, en arrondissant à 10^{-2}, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube choisi au hasard soit supérieure à 10 000 heures.

La probabilité qu'une durée dépasse t est la probabilité complémentaire de $P(T \leq t)$, donc $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. En prenant $\lambda = 0,001$ et $t = 10\,000$ heures : $P(T > 10\,000) = e^{-0,001 \times 10\,000} = e^{-10} \approx 0,0000454$. Arrondie au centième, cette probabilité vaut $0,00$.



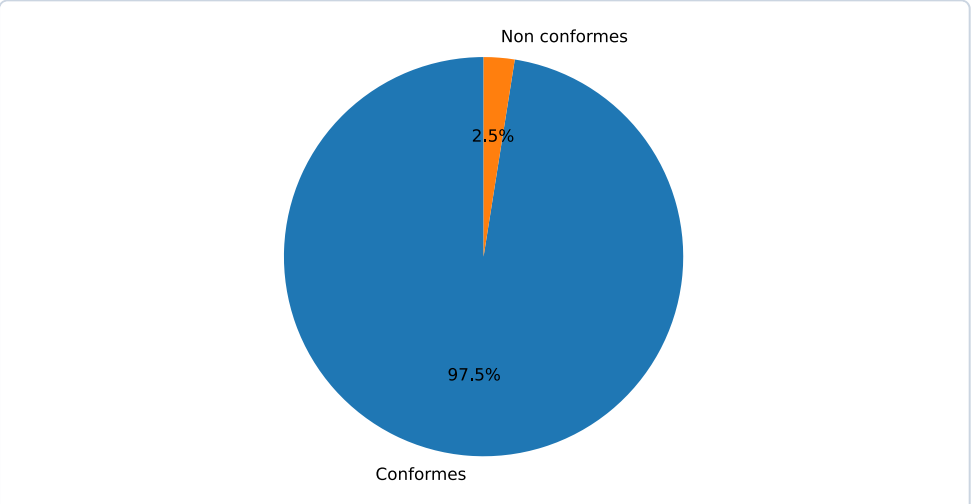
✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T > 10\,000) \approx 0,00$ au centième près.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. Dans un échantillon de 1 000 rivets, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle de la proportion inconnue p de rivets conformes dans l'ensemble de la production.

L'estimation ponctuelle de la proportion inconnue p est la fréquence observée dans l'échantillon. Sur les $1\,000$ rivets contrôlés, 975 sont conformes, donc $f = \dfrac{975}{1\,000} = 0,975$. Cette fréquence sert d'estimation de la proportion de rivets conformes dans l'ensemble de la production. Elle correspond à $97,5\,\%$ dans l'échantillon.

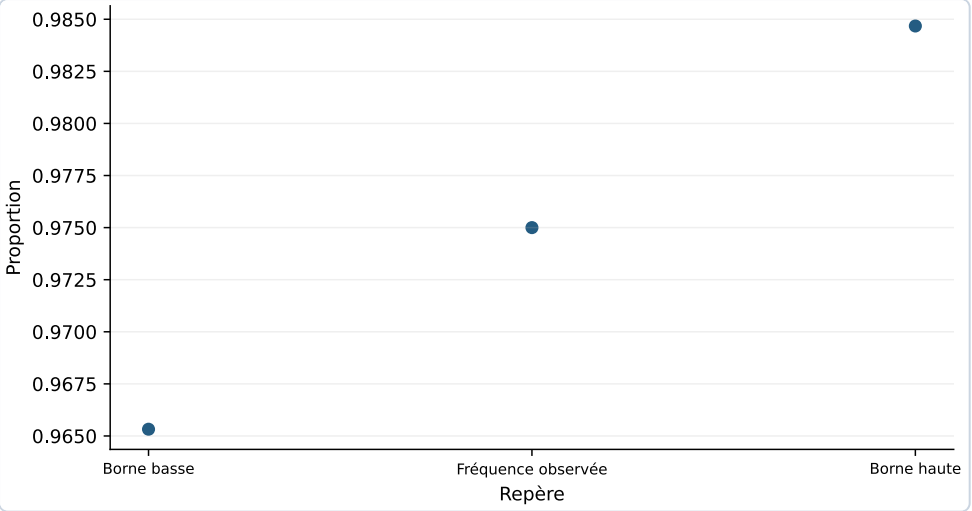


✓ RÉPONSE À RETENIR

$\hat{p} = f = 0,975$, soit $97,5\,\%$.

Question 2. En utilisant la formule fournie pour un niveau de confiance de 95 %, déterminer un intervalle de confiance de p centré sur la fréquence observée. Arrondir les bornes à 10^{-3} près.

La formule fournie donne l'intervalle $\left[f - 1,96\sqrt{f(1-f)/n}\ ;\ f + 1,96\sqrt{f(1-f)/n}\right]$. Avec $f = 0,975$ et $n = 1\,000$, la marge vaut $1,96\sqrt{0,975 \times 0,025/1\,000} \approx 0,009677$. Les bornes non arrondies sont environ $0,965323$ et $0,984677$. Arrondies au millième, elles donnent l'intervalle demandé.



✓ RÉPONSE À RETENIR

Intervalle de confiance à 95 % : $\left[0,965\ ;\ 0,985\right]$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2022, code 22MATGRB1, d'une durée de deux heures. Le coefficient est 2 pour les spécialités indiquées, sauf Traitement des matériaux où il est 3. Le sujet porte sur le freinage d'un chariot et la production industrielle, et évalue équations différentielles, analyse de fonctions, probabilités, loi exponentielle et estimation par intervalle de confiance.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour résoudre $y' + ay = b$, on additionne une solution particulière aux solutions de l'équation homogène.
- Si $f(t)$ tend vers L quand t tend vers $+\infty$, la courbe de f admet l'asymptote horizontale $y = L$.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, $E(T) = 1/\lambda$, $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$ et $P(T > t) = e^{-\lambda t}$.
- L'intervalle de confiance fourni à 95 % est $f \pm 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)}$, où f est la fréquence observée.

Points de vigilance & attentes du jury

- Pour l'équation différentielle, distinguer solution homogène, solution particulière et application de la condition initiale.
- Dans le tableau de variation, justifier les variations par le signe de la dérivée et indiquer les valeurs aux bornes et la limite.
- Pour une probabilité conditionnelle, préciser l'événement conditionnant et employer le bon dénominateur.
- Vérifier la cohérence des unités, notamment entre λ et le temps, et respecter les arrondis demandés.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer l'espérance d'une durée suivant une loi exponentielle ?

Pour une loi exponentielle de paramètre λ, l'espérance est $1/\lambda$. Dans ce sujet, $\lambda = 0{,}001$ par heure, donc l'espérance s'exprime en heures et se calcule en prenant l'inverse de ce paramètre.

Q : Comment calculer la probabilité qu'un tube fonctionne plus longtemps qu'une durée donnée ?

Pour T de loi exponentielle de paramètre λ, la probabilité de dépasser t est $P(T > t) = e^{-\lambda t}$. Assurez-vous que t est exprimé en heures, comme le paramètre utilisé dans le sujet.

Q : Comment organiser les deux heures d'épreuve ?

Les deux exercices valent chacun 10 points et comportent plusieurs parties indépendantes. Répartissez votre temps entre les deux, commencez par les questions que vous maîtrisez et gardez quelques minutes pour vérifier calculs, unités et arrondis.

Q : Quels arrondis faut-il respecter dans ce sujet ?

Suivez précisément chaque consigne : les probabilités de durée de vie sont arrondies à 10^{-2}, la distance à un centimètre près et les bornes de l'intervalle de confiance à 10^{-3} près.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsndrc.fr/assets/annales/bts-ndrc/E2 - Mathématiques/2022/BTS NDRC - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Négociation et Digitalisation de la Relation Client : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.