Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du BTS NDRC, veuillez visiter :
coursbtsndrc.fr/annales-sujets-et-corriges

BTS NDRC

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2023 • Code sujet : **23MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2 pour toutes les spécialités sauf Traitement des matériaux (2 options) : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Fermeture d'un tiroir : équation différentielle et étude de fonction** (14 questions) — **Page 3**

2. **Probabilités, loi binomiale et intervalle de confiance dans un magasin de vélos** (10 questions) — **Page 7**

3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 11**

Sujet officiel (PDF) : https://coursbtsndrc.fr/assets/annales/bts-ndrc/E2 - Mathématiques/2023/BTS NDRC - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 1-Sujet.pdf

1. Fermeture d'un tiroir : équation différentielle et étude de fonction

La distance entre le fond d'un tiroir et le fond du meuble est modélisée par une fonction du temps, en centimètres. L'exercice étudie cette fonction par une équation différentielle, ses variations, un algorithme et un développement limité.

Partie A. Résolution d'une équation différentielle

Question 1.a. Résoudre l'équation caractéristique r² + 5r + 4 = 0.

On factorise le trinôme en recherchant deux nombres dont le produit vaut 4 et la somme 5. On obtient $r^2 + 5r + 4 = (r + 1)(r + 4)$. L'équation est donc un produit nul. Cette factorisation donne directement ses deux solutions réelles distinctes.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $r = -1$ ou $r = -4$.

Question 1.b. Résoudre l'équation différentielle y'' + 5y' + 4y = 0 en utilisant le tableau fourni.

L'équation caractéristique associée est $r^2 + 5r + 4 = 0$, dont les racines distinctes sont -1 et -4. Le tableau fourni indique que, dans ce cas, la solution générale de l'équation différentielle est une combinaison linéaire des exponentielles correspondant aux racines. Les constantes réelles restent arbitraires.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-4t}$, avec $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$.

Question 2.a. À partir de la position initiale du point M et de sa vitesse initiale, déterminer f(0) et f'(0).

La fonction $f(t)$ représente la distance OM, exprimée en centimètres. À l'instant initial, cette distance vaut 20 cm, donc $f(0) = 20$. La vitesse du point M est négative et égale à $-10\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}}$. Comme elle correspond à la variation de la distance au cours du temps, elle donne la valeur de $f'(0)$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $f(0) = 20$ cm et $f'(0) = -10\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}}$.

Question 2.b. En utilisant l'expression admise de f(t), déterminer la valeur exacte de la distance OM deux secondes après le début de la fermeture.

On remplace t par 2 dans la formule admise de f. Les exponentielles deviennent respectivement e^{-2} et e^{-8}. L'expression obtenue est la valeur exacte demandée. Elle est positive, comme il convient pour une distance. À titre indicatif, sa valeur approchée au millième est 3,157 cm.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$OM = f(2) = \frac{70}{3}e^{-2} - \frac{10}{3}e^{-8}$ cm.

Question 2. (suite). Le tiroir est considéré fermé lorsque la distance OM est inférieure à 0,5 cm. Déterminer si le constructeur a raison d'affirmer qu'il est fermé en moins de quatre secondes, et justifier.

On évalue la distance à $t = 4$ s avec la formule donnée. On obtient $f(4) = \frac{70}{3}e^{-4} - \frac{10}{3}e^{-16} \approx 0,427$ cm, soit une valeur inférieure à 0,5 cm. La fonction est continue et vaut 20 cm au départ : elle atteint donc le seuil avant 4 secondes. L'affirmation du constructeur est vraie.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, le tiroir est fermé avant 4 s : $f(4) \approx 0,427 < 0,5$ cm.

Partie B. Étude de fonction

Question 1.a. En rappelant que e^{-u} tend vers 0 lorsque u tend vers +∞, déterminer la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞.

La fonction est $f(t) = \frac{70}{3}e^{-t} - \frac{10}{3}e^{-4t}$. Quand t tend vers $+\infty$, les quantités t et $4t$ tendent vers $+\infty$. D'après la limite rappelée dans l'énoncé, chacune des deux exponentielles tend vers 0. Les deux termes de la différence tendent donc vers 0.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 0$.

Question 1.b. Déduire de la limite obtenue une équation de l'asymptote à la courbe représentative de f.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est 0. Une courbe dont la fonction tend vers une valeur réelle L admet une asymptote horizontale d'équation $y = L$. En prenant ici $L = 0$, on obtient l'axe des abscisses comme asymptote horizontale à la courbe $\mathcal{C}$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Asymptote horizontale : $y = 0$.

Question 2.a. Déterminer f'(t) pour tout t appartenant à l'intervalle [0 ; +∞[.

On dérive chaque exponentielle en appliquant la dérivation en chaîne : $(e^{u(t)})' = u'(t)e^{u(t)}$. Ainsi, la dérivée de e^{-t} est $-e^{-t}$, et celle de e^{-4t} est $-4e^{-4t}$. En tenant compte du coefficient négatif du second terme, on obtient la dérivée demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) = -\frac{70}{3}e^{-t} + \frac{40}{3}e^{-4t}$.

Question 2.b. Sachant que f'(t) est négative sur [0 ; +∞[, établir le tableau de variations de f sur cet intervalle.

La dérivée est négative sur tout l'intervalle considéré, donc f y est strictement décroissante. De plus, $f(0) = 20$ et la limite en $+\infty$ vaut 0. Ces valeurs et le sens de variation donnent le tableau suivant.

t	**0**	$+\infty$
Signe de $f'(t)$	$-$	
Variation de f	20	$\searrow$ 0

✓ RÉPONSE À RETENIR

f décroît de 20 vers 0 sur $[0; +\infty[$.

Question 3.a. Compléter le tableau de l'algorithme à partir de la ligne numéro 36, en calculant les valeurs de f(t) arrondies au centième et en évaluant la condition jusqu'à l'arrêt de l'algorithme.

La boucle augmente t de 0,1 tant que $f(t) > 0,5$. Les valeurs arrondies au centième sont calculées avec la fonction donnée. Le test est encore vrai à 3,8 s, puis faux à 3,9 s : cette dernière ligne est donc celle où l'algorithme s'arrête.

Ligne	t	**Valeur de** $f(t)$	**Condition** $f(t) > 0,5$
36	3,6	0,64	VRAIE
37	3,7	0,58	VRAIE
38	3,8	0,52	VRAIE
39	3,9	0,47	FAUSSE

✓ RÉPONSE À RETENIR

Ligne 39 : $t = 3,9$, condition fausse.

Question 3.b. **Donner la valeur de la variable t à la fin de l'exécution de l'algorithme, puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.**

La boucle se poursuit tant que la distance calculée est strictement supérieure à 0,5 cm. À 3,8 s, elle vaut environ 0,52 cm, donc le test reste vrai. À 3,9 s, elle vaut environ 0,47 cm, le test devient faux et l'algorithme s'arrête. D'après la définition de l'énoncé, le tiroir est alors fermé.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $t = 3,9$ s : le tiroir est fermé.

Question 4.a. **À partir de la partie régulière du développement limité fournie, déterminer une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

Le développement limité fourni a pour partie régulière $20 - 10t - 15t^2$. La tangente en 0 se déduit des termes constant et de degré 1 : l'ordonnée à l'origine est 20 et le coefficient directeur est -10. Le terme en t^2 n'intervient pas dans son équation.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = 20 - 10t$.

Question 4.b. **Parmi les propositions, recopier l'unique expression exacte du développement limité de f à l'ordre deux au voisinage de zéro. Aucune justification n'est demandée.**

Dans un développement limité à l'ordre deux, le reste s'écrit $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$ lorsque $t \to 0$. Il faut donc conserver ce facteur t^2 devant la fonction tendant vers zéro. La partie régulière donnée dans l'énoncé est $20 - 10t - 15t^2$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 20 - 10t - 15t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\lim_{t\to 0} \varepsilon(t) = 0$.

Question 4.c. **Indiquer, parmi les deux propositions, si la courbe C est au-dessus ou en dessous de sa tangente T au voisinage de zéro.**

La tangente est $T(t) = 20 - 10t$. Le développement limité donne alors $f(t) - T(t) = t^2(-15 + \varepsilon(t))$, où $\varepsilon(t) \to 0$. Pour $t > 0$ suffisamment proche de 0, le facteur entre parenthèses est négatif et t^2 est positif. Ainsi, sur le domaine étudié, la courbe est en dessous de sa tangente au voisinage de 0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> La courbe $\mathcal{C}$ est en dessous de la tangente T.

2. Probabilités, loi binomiale et intervalle de confiance dans un magasin de vélos

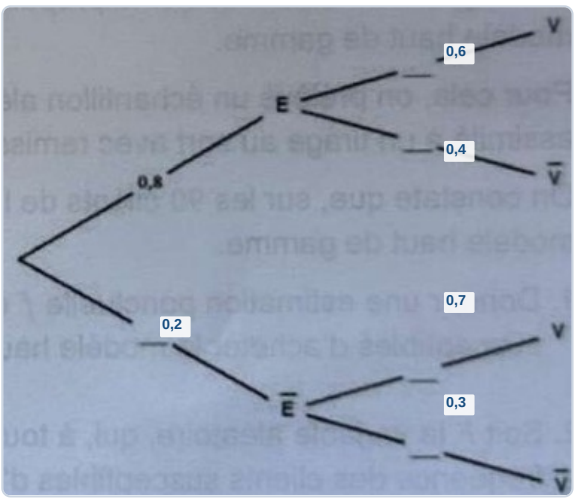
Un magasin prête des vélos électriques ou mécaniques à ses clients dans l'espoir de réaliser une vente, puis étudie la durée de réparation de vélos. Il estime aussi la proportion de clients intéressés par un modèle haut de gamme à partir d'un échantillon.

Partie A. Probabilités conditionnelles

Question 1. Recopier et compléter l'arbre pondéré décrivant le type de vélo prêté et la réalisation éventuelle d'une vente, à partir des données fournies.

Les probabilités issues de chaque embranchement doivent totaliser 1. On complète donc les branches avec les probabilités complémentaires.

Arbre pondéré complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

Électrique : 0,8 ; mécanique : 0,2. Après un vélo électrique : vente 0,6, pas de vente 0,4. Après un vélo mécanique : vente 0,7, pas de vente 0,3.

Question 2. Déterminer la probabilité qu'un vélo prêté soit électrique et que le prêt débouche sur une vente.

La probabilité de suivre la branche « électrique puis vente » est le produit de la probabilité d'obtenir un vélo électrique par la probabilité conditionnelle d'une vente : $P(E \cap V) = 0,8 \times 0,6 = 0,48$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(E \cap V) = 0,48$.

Question 3. **Démontrer que la probabilité qu'un prêt débouche sur une vente est égale à 0,62.**

Type de vélo	Probabilité d'une vente
Électrique	$0,8 \times 0,6 = 0,48$
Mécanique	$0,2 \times 0,7 = 0,14$

Ces deux cas sont incompatibles et couvrent les types de vélos prêtés : $P(V) = 0,48 + 0,14 = 0,62$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(V) = 0,62$.

Question 4. **Sachant que le prêt a débouché sur une vente, déterminer la probabilité que le vélo prêté ait été électrique. Arrondir à 10^{-3}.**

Parmi les prêts qui débouchent sur une vente, la probabilité que le vélo soit électrique vaut $P_V(E) = \dfrac{P(E \cap V)}{P(V)} = \dfrac{0,48}{0,62} \approx 0,7741935$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_V(E) \approx 0,774$.

Partie B. Loi binomiale

Question 1. **On admet que X, qui compte les réparations ayant nécessité moins d'une heure de main-d'œuvre parmi 80 vélos, suit une loi binomiale. Donner ses paramètres.**

Chaque réparation est une épreuve de Bernoulli, avec pour succès « moins d'une heure », de probabilité $0,62$. Sur 80 réparations, le nombre de succès suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 80$ et $p = 0,62$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $X \sim \mathcal{B}(80\,;\,0,62)$.

Question 2. **Déterminer la probabilité P(X = 40). Arrondir à 10^{-3}.**

La probabilité d'obtenir exactement 40 réparations de moins d'une heure est $P(X = 40) = \binom{80}{40}(0,62)^{40}(0,38)^{40}$, avec $0,38 = 1 - 0,62$. Le calcul donne environ $0,00829$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(X = 40) \approx 0,008$.

Question 3. Déterminer la probabilité que le nombre de vélos nécessitant moins d'une heure de main-d'œuvre soit strictement supérieur au nombre de vélos nécessitant plus d'une heure. Arrondir à 10^{-3}.

Si X réparations nécessitent moins d'une heure, les autres sont au nombre de $80 - X$. La condition demandée est $X > 80 - X$, soit $X \geq 41$. Ainsi, $P(X \geq 41) = 1 - P(X \leq 40) \approx 1 - 0,01907 = 0,98093$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

La probabilité cherchée est $0,981$.

Partie C. Intervalle de confiance

Question 1. À partir des 54 clients sur 90 susceptibles d'acheter le modèle haut de gamme, donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p.

L'estimation ponctuelle de la proportion est la fréquence observée dans l'échantillon : $f = \dfrac{54}{90} = 0,6$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f = 0,6$, soit 60 %.

Question 2.a. À l'aide de la formule fournie, déterminer un intervalle de confiance de la proportion p au niveau de confiance de 95 %.

Avec $f = 0,6$ et $n = 90$, la marge de l'intervalle fourni vaut $1,96\sqrt{\dfrac{0,6(1-0,6)}{90}} \approx 0,101214$. Les bornes sont donc $0,6 - 0,101214$ et $0,6 + 0,101214$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

L'intervalle de confiance à 95 % est environ $[0,499\,;\,0,701]$.

Question 2.b. Indiquer si l'on est certain que la proportion p appartient à cet intervalle de confiance.

L'intervalle est construit à partir d'un échantillon et correspond à un niveau de confiance de 95 %. Il ne garantit donc pas avec certitude que la proportion inconnue s'y trouve.

✓ **RÉPONSE À RETENIR**

Non, on ne peut pas en être certain.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2023)

Bilan de l'épreuve : L'épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2023, code 23MATGRB1, dure deux heures et a un coefficient de 2, sauf pour Traitement des matériaux, coefficient 3. Elle étudie la fermeture d'un tiroir par équation différentielle, analyse de fonction et développement limité, puis évalue probabilités, loi binomiale et intervalle de confiance dans un magasin de vélos.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y'' + 5y' + 4y = 0$, les racines de $r^2 + 5r + 4 = 0$ déterminent la solution générale.
- Une limite finie de f(t) en $+\infty$ correspond à une asymptote horizontale d'équation y = cette limite.
- Pour X de loi binomiale B(n,p), $P(X = k) = C(n,k)p^k(1-p)^{n-k}$.
- L'intervalle fourni est $f \pm 1{,}96\sqrt{(f(1-f)/n)}$, où f est la fréquence observée.

Points de vigilance & attentes du jury

- Distinguer la distance initiale f(0) de la vitesse initiale f'(0), et respecter leurs unités.
- Dans l'algorithme, tester la condition à chaque pas de 0,1 et repérer la première valeur où elle devient fausse.
- Dans l'arbre, distinguer les probabilités des branches de celles des chemins, puis appliquer les probabilités totales.
- Arrondir au millième lorsque demandé et ne pas interpréter un intervalle de confiance comme une certitude.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment calculer la probabilité qu'un vélo soit électrique sachant qu'une vente a eu lieu ?

Divisez la probabilité conjointe « électrique et vente » par la probabilité de vente. La probabilité conjointe se calcule en multipliant les probabilités des branches du chemin correspondant dans l'arbre.

Q : Comment traduire la comparaison des durées de réparation avec la variable X ?

Si X compte les réparations de moins d'une heure parmi 80 vélos, le nombre nécessitant plus d'une heure est 80 - X. La condition demandée devient X > 80 - X, soit X > 40.

Q : Comment répartir son temps dans cette épreuve ?

Les deux exercices valent chacun 10 points, et les parties de l'exercice 2 peuvent être traitées indépendamment. Parcourez tout le sujet, répartissez le temps entre les exercices et gardez quelques minutes pour vérifier les calculs.

Q : Que faut-il retenir sur l'intervalle de confiance et les arrondis ?

Utilisez la fréquence observée 54/90 et l'effectif 90 dans la formule fournie, puis présentez les deux bornes. Les probabilités indiquées sont arrondies à 10^{-3}; l'intervalle à 95 % ne garantit pas que p y appartient.

Sujet officiel associé (PDF) : https://coursbtsndrc.fr/assets/annales/bts-ndrc/E2 - Mathématiques/2023/BTS NDRC - E2 - Mathématiques - Session 2023 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Négociation et Digitalisation de la Relation Client : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.